平成26年度　**数学①解答紙**

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその1）

| 志望学部 | 学部 |
|---|---|
| 受験番号 | |

**1** の解答欄

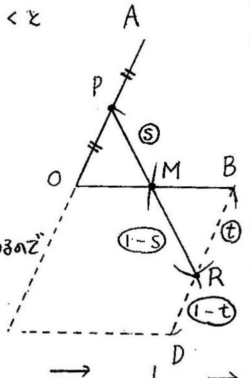
（問1）　$\overrightarrow{OR} = t\,\overrightarrow{OD} + (1-t)\overrightarrow{OB}$

$= -t\,\vec{a} + \vec{b}$

$\overrightarrow{OS} = (1-t)\overrightarrow{OE} + t\,\overrightarrow{OC}$

$= -(1-t)\vec{a} + \vec{c}$

よって，PM：MR ＝ s：1－s とおくと




$\overrightarrow{OM} = (1-s)\overrightarrow{OP} + s\,\overrightarrow{OR}$

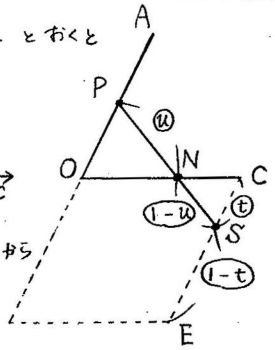
$= \left\{\frac{1}{2}(1-s) - ts\right\}\vec{a} + s\,\vec{b}$

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は1次独立，また点Mは OB上にあるので

$\frac{1}{2}(1-s) - ts = 0$

これをとくと　$s = \frac{1}{2t+1}$　よって　$\therefore \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2t+1}\vec{b}$ //

同様に，PN：NS ＝ u：1－u とおくと




$\overrightarrow{ON} = (1-u)\overrightarrow{OP} + u\,\overrightarrow{OS}$

$= \left\{\frac{1}{2}(1-u) - u(1-t)\right\}\vec{a} + u\,\vec{c}$

点Nは OC上の点であることから

$\frac{1}{2}(1-u) - u(1-t) = 0$

これをとくと　$u = \frac{1}{3-2t}$　よって　$\therefore \overrightarrow{ON} = \frac{1}{3-2t}\vec{c}$ //

（問2）

| | 点 |
|---|---|

（問1）の結果より

$OM = \frac{1}{2t+1}$ ，$ON = \frac{1}{3-2t}$

よって

$\triangle OMN = \frac{1}{2}\cdot OM\cdot ON\cdot \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2t+1}\cdot\frac{1}{3-2t}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4(2t+1)(3-2t)}$ //

（問3）　$0<t<1$ において，常に $(2t+1)(3-2t)>0$ であるから，これが最大となるとき △OMN は最小．

$(2t+1)(3-2t) = -4t^2+4t+3$

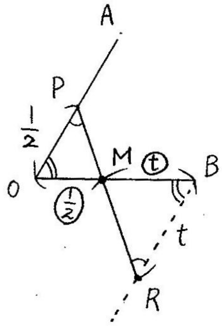
$= -4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+4$

以上より 求める最小値は $\frac{\sqrt{3}}{16}$ //

［別解］

$OP = \frac{1}{2}$ ，$BR = t$

であることと 右図の相似から




$\overrightarrow{OM} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+t}\overrightarrow{OB}$

$= \frac{1}{2t+1}\overrightarrow{OB}$

として求めてもよい．

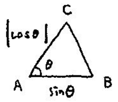
| 志望学部 | 学部 |
|---|---|
| 受験番号 | |

# 平成26年度　数学①　解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその2）

**2** の解答欄

| | 点 |
|---|---|




（問1）

余弦定理を用いて　$BC^2 = \sin^2\theta + |\cos\theta|^2 - 2\sin\theta|\cos\theta|\cos\theta$

(i) $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ のとき

$BC^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos^2\theta$

$= 2\sin^3\theta - 2\sin\theta + 1$

$\sin\theta = t$ $(0<t<1)$ とおき

$BC^2 = f(t) = 2t^3 - 2t + 1$ とおくと、

$f'(t) = 6t^2 - 2$

| $t$ | $0$ | | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $1$ | ↘ | $1-\frac{4\sqrt{3}}{9}$ | ↗ | $1$ |

(ii) $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ のとき

$BC^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos^2\theta$

$= -2\sin^3\theta + 2\sin\theta + 1$

$\sin\theta = t$ $(0<t<1)$ とおき

$BC^2 = f(t) = -2t^3 + 2t + 1$ とおくと

$f'(t) = -6t^2 + 2$

| $t$ | $0$ | | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $1$ | ↗ | $1+\frac{4\sqrt{3}}{9}$ | ↘ | $1$ |

以上、(i),(ii)より

最大値　$1+\frac{4\sqrt{3}}{9}$，最小値　$1-\frac{4\sqrt{3}}{9}$ //

（問2）

△ABC の面積を S とする。

(i) $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ のとき

$S = \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta\sin\theta = -\frac{1}{2}\cos^3\theta + \frac{1}{2}\cos\theta$

$\cos\theta = t$ $(0<t<1)$ とおくと

$S = -\frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{2}t$

$S' = -\frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{2}$

| $t$ | $0$ | | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $S$ | $0$ | ↗ | $\frac{\sqrt{3}}{9}$ | ↘ | $0$ |

(ii) $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ のとき

$S = \frac{1}{2}\sin\theta(-\cos\theta)\sin\theta = \frac{1}{2}\cos^3\theta - \frac{1}{2}\cos\theta$

$\cos\theta = t$ $(-1<t<0)$ とおくと

$S = \frac{1}{2}t^3 - \frac{1}{2}t$

$S' = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}$

| $t$ | $-1$ | | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $S$ | $0$ | ↗ | $\frac{\sqrt{3}}{9}$ | ↘ | $0$ |

以上、(i),(ii)より　最大値は　$\frac{\sqrt{3}}{9}$ //

| 志望学部 | 学部 |
| --- | --- |
| 受験番号 | |

# 平成26年度　数学①解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその3）

| | | |
| --- | --- | --- |
| | | 点 |

**3** の解答欄

$C ; y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

(問1)

点P$(1,-2)$を通るので　$a+b+c=-2$ —①

点Q$(5,10)$を通るので　$25a+5b+c=10$ —②

①,②より　$c$を消去して　$\underline{b=3-6a}$

$b$を消去して　$\underline{c=5a-5}$

(問2)

$C: y = ax^2+(3-6a)x+5a-5$

$y' = 2ax+(3-6a)$

$l$の方程式は　$y+2=(-4a+3)(x-1)$

$y=(-4a+3)x+4a-5$ —③

$m$の方程式は　$y-10=(4a+3)(x-5)$

$y=(4a+3)x-20a-5$ —④

③,④を連立し解いて、$l, m$の交点は　$(3, -8a+4)$

$-8a+4=-4$　より　$\underline{a=1}$

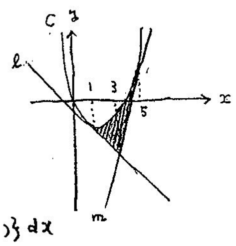
(問1)の結果より　$\underline{b=-3,\ c=0}$

(問3)

$C: y=x^2-3x$

$l: y=-x-1$

$m: y=7x-25$




面積をSとすると

$$S=\int_1^3 \{(x^2-3x)-(-x-1)\}dx + \int_3^5 \{(x^2-3x)-(7x-25)\}dx$$

$$=\int_1^3 (x-1)^2 dx + \int_3^5 (x-5)^2 dx$$

$$=\left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_1^3 + \left[\frac{(x-5)^3}{3}\right]_3^5 = \underline{\frac{16}{3}}$$

平成26年度 数学①解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその4）

| 志望学部 | 学部 |
| --- | --- |
| 受験番号 | |

4 の解答欄

| | 点 |
| --- | --- |

（問1） $P_n(x)=\int_1^x 6t f_n(t)\,dt$

$=6\int_1^x t(a_n t+b_n)\,dt=6\int_1^x (a_n t^2+b_n t)\,dt$

$=6\left[a_n\cdot\frac{t^3}{3}+b_n\cdot\frac{t^2}{2}\right]_1^x=2a_nx^3+3b_nx^2-2a_n-3b_n$

これを $x^2+x$ でわって

$P_n(x)=(x^2+x)(2a_nx-2a_n+3b_n)+(2a_n-3b_n)x-2a_n-3b_n$

よって $f_{n+1}(x)=(2a_n-3b_n)x-2a_n-3b_n$

$f_{n+1}(x)=a_{n+1}x+b_{n+1}$ であるので係数を比較して

$\underline{a_{n+1}=2a_n-3b_n}$，$\underline{b_{n+1}=-2a_n-3b_n}$ …（答）

（問2） $n\geqq 2$ のとき，$|a_n|$ と $|b_n|$ は偶数である。…※1

これを数学的帰納法により示す。

(i) $n=2$ のとき，$f_1(x)=a_1x+b_1$ また $f_1(x)=x$ なので $a_1=1,\ b_1=0$

$a_2=2a_1-3b_1=2$ $b_2=-2a_1-3b_1=-2$ よって成り立つ

(ii) $n=k$ のとき $|a_k|$ と $|b_k|$ が偶数であると仮定する。

$a_{k+1}=2a_k-3b_k$ …① $b_{k+1}=-2a_k-3b_k$ …②

①より $2a_k$ は偶数，$3b_k$ は偶数なので $|a_{k+1}|$ は偶数である。

②より 〃 ， 〃 $|b_{k+1}|$ は偶数である。

よって $n=k+1$ のとき成り立つ。

(i)(ii)より ※1 は成り立つ。

（問3） $n\geqq 2$ のとき，$|a_n|$ と $|b_n|$ は3の倍数でない。…※2

これを数学的帰納法により示す。

(i) $n=2$ のとき，$a_2=2$，$b_2=-2$ なので成り立つ

(ii) $n=k$ のとき，$|a_k|$ と $|b_k|$ が3の倍数でないと仮定する。

①より $2a_k$ は3の倍数でない，$3b_k$ は3の倍数なので $|a_{k+1}|$ は3の倍数でない。

②より 〃 ， 〃 $|b_{k+1}|$ は3の倍数でない

よって $n=k+1$ のとき成り立つ

(i)(ii)より ※2 は成り立つ