志望学部	学部
受験番号	

平成27年度 数学① 解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその1）

1 の解答欄

	点

（問1） $C_1 : y = x^2$ ， $y' = 2x$

点 (a, a^2) における接線 l の方程式は，

$y - a^2 = 2a(x - a)$

$y = 2ax - a^2$

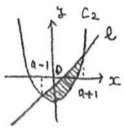
l と C_2 の共有点の x 座標は，

$x^2 - 1 = 2ax - a^2$

$\{x - (a-1)\}\{x - (a+1)\} = 0$

より $x = a-1$ ， $a+1$

求めるものは右図斜線部の面積



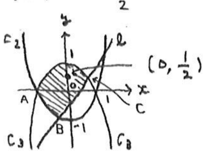
$$\int_{a-1}^{a+1} \{(2ax - a^2) - (x^2 - 1)\} dx$$

$$= -\int_{a-1}^{a+1} \{x - (a-1)\}\{x - (a+1)\} dx$$

$$= \frac{\{(a+1) - (a-1)\}^3}{6} = \underline{\frac{4}{3}} \quad \cdots（答）$$

（問2） $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき， $l : y = \sqrt{2}x - \frac{1}{2}$

求めるものは右図斜線部の面積 S

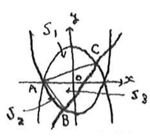


$x^2 - 1 = 0$ より $A(-1, 0)$

$x^2 - 1 = \sqrt{2}x - \frac{1}{2}$ より $B\left(\frac{\sqrt{2}-2}{2}, \frac{1-2\sqrt{2}}{2}\right)$

$-x^2 + 1 = \sqrt{2}x - \frac{1}{2}$ より $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

S を右図のように3つ (S_1, S_2, S_3) に分けて求める。



$$S_1 = -\int_{-1}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (x+1)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)^3$$

$$S_2 = -\int_{-1}^{\frac{\sqrt{2}-2}{2}} (x+1)\left(x - \frac{\sqrt{2}-2}{2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{\sqrt{2}-2}{2} + 1\right)^3$$

$\vec{AB} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1-2\sqrt{2}}{2}\right)$ ， $\vec{AC} = \left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}, \frac{1}{2}\right)$

より

$$S_3 = \triangle ABC = \frac{1}{2}\left|\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1-2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}+2}{2}\right|$$

$$= \frac{1+2\sqrt{2}}{4}$$

以上より

$$S = \frac{1}{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)^3 + \frac{1}{6}\left(\frac{\sqrt{2}-2}{2} + 1\right)^3 + \frac{1+2\sqrt{2}}{4}$$

$$= \underline{\frac{5\sqrt{2}+4}{6}} \quad \cdots（答）$$

[redacted]

平成27年度 数学① 解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその2）

2 の解答欄

	点

（問1） $\overrightarrow{AB}=(2,-1,0)$, $\overrightarrow{AC}=(0,1,-1)$ であるから $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ は一次独立である

点Pが平面H上にあるための必要十分条件は

$\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ をみたす実数 s, t が存在することである.

$(-4,1,1)=s(2,-1,0)+t(0,1,-1)$

$2s=-4$, $-s+t=1$, $-t=1$

$\therefore$ $s=-2$, $t=-1$ が存在する

よって 点P は 平面H上にある.

（問2） 点Qを通る直線とHの交点をRとおくと, Rは平面H上にあるから

$\overrightarrow{AR}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}=(2\alpha,-\alpha+\beta,-\beta)$ とおける

$\overrightarrow{AQ}=(0,-4,-5)$, $\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{AR}-\overrightarrow{AQ}=(2\alpha,-\alpha+\beta+4,-\beta+5)$

$\overrightarrow{QR}\perp$（平面H）であるから $\overrightarrow{QR}\perp\overrightarrow{AB}$ かつ $\overrightarrow{QR}\perp\overrightarrow{AC}$

$\therefore$ $\overrightarrow{QR}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ かつ $\overrightarrow{QR}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

$\therefore$ $2\cdot2\alpha+(-1)(-\alpha+\beta+4)=0$ かつ $(-\alpha+\beta+4)+(-1)(-\beta+5)=0$

$\therefore$ $5\alpha-\beta=4$ かつ $\alpha-2\beta=-1$

これを解いて $\therefore$ $\alpha=1$, $\beta=1$

$\therefore$ $\overrightarrow{QR}=(2,4,4)$

$\therefore$ $\overrightarrow{OR}=\overrightarrow{QR}-\overrightarrow{QO}=(2,4,4)-(-1,3,4)=(3,1,0)$

よって求める交点の座標は $\underline{(3,1,0)}$ ……（答）

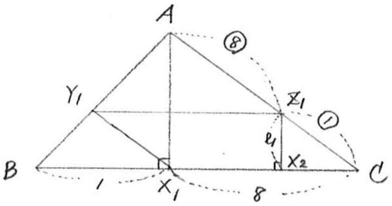
志望学部	学部
受験番号	

平成27年度　数学①解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（4枚のうちその3）

	点

3 の解答欄



（問題1）　$AC /\!/ X_1Y_1$ より

$$AY_1 : Y_1B = CX_1 : X_1B = 8 : 1$$

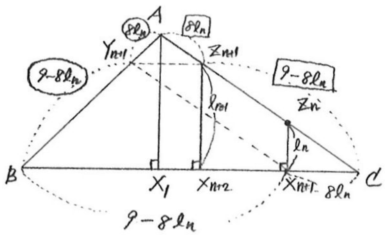
また $Y_1Z_1 /\!/ BC$ より

$$AZ_1 : Z_1C = AY_1 : Y_1B$$

$$\therefore AZ_1 : Z_1C = 8 : 1$$

$\triangle AX_1C \backsim \triangle Z_1X_2C$ より　$l_1 = Z_1X_2 = \frac{1}{9}AX_1$　　$\therefore l_1 = \frac{1}{9}$　…（答）

（問題2）



$\triangle AX_1C \backsim \triangle Z_nX_{n+1}C$ より

$$AX_1 : X_1C = Z_nX_{n+1} : X_{n+1}C$$

$$\therefore 1 : 8 = l_n : X_{n+1}C$$

$$\therefore X_{n+1}C = 8l_n$$

$$X_1X_{n+1} = X_1C - X_{n+1}C = 8 - 8l_n$$

よって　$BX_{n+1} = BX_1 + X_1X_{n+1} = 9 - 8l_n$

$AC /\!/ X_{n+1}Y_{n+1}$ より　$AY_{n+1} : Y_{n+1}B = X_{n+1}C : BX_{n+1}$

$$= 8l_n : (9 - 8l_n)$$

$BC /\!/ Y_{n+1}Z_{n+1}$ より　$AZ_{n+1} : Z_{n+1}C = AY_{n+1} : Y_{n+1}B$

$$\therefore AZ_{n+1} : Z_{n+1}C = 8l_n : (9 - 8l_n)$$

$\triangle AX_1C \backsim \triangle Z_{n+1}X_{n+2}C$ より　$l_{n+1} = Z_{n+1}X_{n+2}$

$$= \frac{9-8l_n}{8l_n + (9-8l_n)} AX_1 \qquad \therefore l_{n+1} = -\frac{8}{9}l_n + 1 \quad \cdots（答）$$

（問題3）（問題1）（問題2）より　$l_1 = \frac{1}{9}$,　$l_{n+1} = -\frac{8}{9}l_n + 1$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$

$l_{n+1} = -\frac{8}{9}l_n + \frac{1}{9}$　を変形すると

$$l_{n+1} - \frac{9}{17} = -\frac{8}{9}\left(l_n - \frac{9}{17}\right)$$

よって 数列 $\left\{l_n - \frac{9}{17}\right\}$ は 初項 $l_1 - \frac{9}{17} = -\frac{64}{153}$，公比 $-\frac{8}{9}$ の等比数列である。

ゆえに　$l_n - \frac{9}{17} = -\frac{64}{153}\left(-\frac{8}{9}\right)^{n-1}$

$$\therefore l_n = \frac{9}{17} + \frac{8}{17}\left(-\frac{8}{9}\right)^n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \quad \cdots（答）$$

志望学部	学部
受験番号	

平成27年度 **数学①解答紙**

教・医（保健学科看護学専攻）（４枚のうちその４）

4 の解答欄

	点

（問１）　$f(x)$ は 3次の多項式で，x^3 の係数は 1，定数項は 0 なので

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

とおける。

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b,\quad f'(\alpha) = f'(\beta) = 0,\quad \alpha \neq \beta$$

より α, β は $f'(x) = 0$ の異なる2つの実数解である。

解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = -\frac{2a}{3},\quad \alpha\beta = \frac{b}{3}$$

$$\therefore\ a = -\frac{3}{2}(\alpha+\beta),\quad b = 3\alpha\beta$$

よって

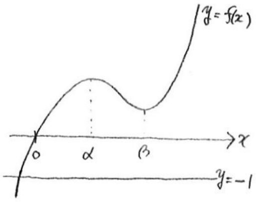
$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(\alpha+\beta)x^2 + 3\alpha\beta x$$

$$\left.\begin{aligned} \therefore f(\alpha) &= \alpha^3 - \frac{3}{2}(\alpha+\beta)\alpha^2 + 3\alpha^2\beta = -\frac{1}{2}\alpha^3 + \frac{3}{2}\alpha^2\beta \\ f(\beta) &= \beta^3 - \frac{3}{2}(\alpha+\beta)\beta^2 + 3\alpha\beta^2 = -\frac{1}{2}\beta^3 + \frac{3}{2}\alpha\beta^2 \end{aligned}\right\} \cdots(\text{答})$$

（問２）　$\alpha < \beta < 3\alpha$ より，$0 < \alpha < \beta$，$\beta - 3\alpha < 0$

増減表は以下のとおり

x	$\cdots$	α	$\cdots$	β	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$f(\alpha)$	↘	$f(\beta)$	↗



ここで 極小値 $f(\beta)$ について

$$f(\beta) = -\frac{1}{2}\beta^2(\beta - 3\alpha) > 0$$

であるから，3次方程式 $f(x) = -1$ の実数解は 1個 …（答）