志望学部	学部
受験番号	

平成27年度 数学②解答紙

理・医（保健学科放射線技術科学専攻、検査技術科学専攻）・薬・工（4枚のうちその1）

$\boxed{1}$ の解答欄

	点

数学①の $\boxed{4}$ と同じ

平成27年度 **数学②解答紙**

理・医（保健学科放射線技術科学専攻、検査技術科学専攻）・薬・工（4枚のうちその2）

志望学部	学部
受験番号	

2 の解答欄

	点

(問1) 3点A, B, Cは一直線上にあるので $\overrightarrow{AB}=t\overrightarrow{AC}$ (tは実数)…① とおける。

$\overrightarrow{AB}=(q-1,\ 1-p,\ 1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2,\ -1-p,\ r)$

①より成分を比較して

$$\begin{cases} q-1=-2t \cdots ② \\ 1-p=-(1+p)t \cdots ③ \\ 1=rt \cdots ④ \end{cases}$$

③より $p=1$ のとき $t=0$

これは④をみたさない

③より $p=-1$ のとき $0\times t=2$ となり

tが存在しない。

ゆえに pは1でも-1でもない。

(問2) ③より $t=-\dfrac{1-p}{1+p}$

②より $q=1+2\times\dfrac{1-p}{1+p}$

$$\therefore\ \underline{q=\frac{3-p}{1+p}}\ \cdots (答)$$

④より $r\left(-\dfrac{1-p}{1+p}\right)=1$

$$\therefore\ \underline{r=-\frac{1+p}{1-p}}\ \cdots (答)$$

(問3) $q-1=\dfrac{3-p}{1+p}-1=\dfrac{2-2p}{1+p}$

$\overrightarrow{OA'}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\overrightarrow{OA'}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

これより $1\cdot\dfrac{2-2p}{1+p}+p'(1-p)=0$

$p\neq1$ より $\underline{p'=-\dfrac{2}{1+p}}\ \cdots (答)$

$\overrightarrow{OB'}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\overrightarrow{OB'}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

これより $q'\cdot\dfrac{2-2p}{1+p}+1\cdot(1-p)+1\cdot1=0$

$q'\cdot\dfrac{2-2p}{1+p}=-2+p$

$p\neq1$ より $\underline{q'=\dfrac{(1+p)(p-2)}{2(1-p)}}\ \cdots (答)$

$\overrightarrow{OC'}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\overrightarrow{OC'}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

これより $-\dfrac{2-2p}{1+p}-(1-p)+r'\cdot1=0$

$$\underline{r'=\frac{(1-p)(3+p)}{1+p}}\ \cdots (答)$$

(問4) 3点A′, B′, C′は一直線上にあるとすると、

$\overrightarrow{A'B'}=t'\overrightarrow{A'C'}$ (t'は実数)

これより
$$\begin{cases} q'-1=-2t' \cdots ②' \\ 1-p'=-(1+p')t' \cdots ③' \\ 1=r't' \cdots ④' \end{cases}$$

③′より $t'=-\dfrac{1-p'}{1+p'}=-\dfrac{1+\frac{2}{1+p}}{1-\frac{2}{1+p}}$

$=\dfrac{3+p}{1-p}$

$q'-1=\dfrac{(1+p)(p-2)}{2(1-p)}-1$

$=\dfrac{p^2-p-2-2+2p}{2(1-p)}$

$=\dfrac{p^2+p-4}{2(1-p)}$

②′より $\dfrac{p^2+p-4}{2(1-p)}=-2\cdot\dfrac{3+p}{1-p}$

$p^2+p-4=-4(3+p)$

$p^2+5p+8=0$ 判別式をDとすると

$D=25-32=-7<0$

よって実数pは存在しない。

ゆえに 3点A′, B′, C′は一直線上にない。

志望学部	学部
受験番号	

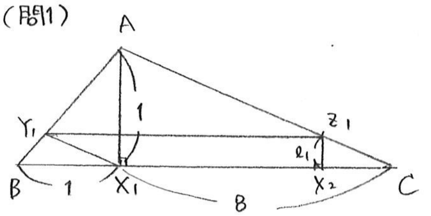
平成27年度　数学②解答紙

理・医（保健学科放射線技術科学専攻、検査技術科学専攻）・薬・工（4枚のうちその3）

3 の解答欄

	点

（問1）

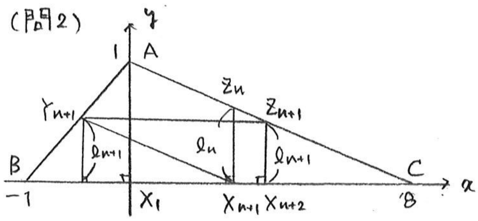


$AY_1 : Y_1B = 8:1$ で

$AZ_1 : Z_1C = AY_1 : Y_1B$ だから　$l_1 = \frac{1}{9}AX_1$

∴ $l_1 = \frac{1}{9}$ …(答)

（問2）



xy平面において、A(0,1), B(−1,0), C(8,0) とおく

l_n, l_{n+1}は、直線AC上の点Z_n, Z_{n+1}のy座標である。

$X_{n+1}(\alpha, 0)$とおくと

直線ACは $y=-\frac{1}{8}x+1$ だから　$l_n = 1-\frac{1}{8}\alpha$

∴ $\alpha = 8-8l_n$ …①

直線ACと平行で、$(\alpha, 0)$を通る直線

$y=-\frac{1}{8}(x-\alpha)$ と 直線ABの $y=x+1$ の

交点のy座標がl_{n+1}だから

xを消去して、①を代入すると

$$9l_{n+1} = 8-8l_n+1$$

∴ $l_{n+1} = -\frac{8}{9}l_n + 1$ …(答)　①'

（問3）

①'より　$l_{n+1}-\frac{9}{17} = -\frac{8}{9}\left(l_n-\frac{9}{17}\right)$

よって　$l_n - \frac{9}{17} = \left(l_1-\frac{9}{17}\right)\left(-\frac{8}{9}\right)^{n-1}$

ここで $AX_1 = l_0$とすると　$l_n-\frac{9}{17} = \left(l_0-\frac{9}{17}\right)\left(-\frac{8}{9}\right)^n$

$l_0=1$だから　$l_n = \frac{8}{17}\left(-\frac{8}{9}\right)^n+\frac{9}{17}$

$l_n > \frac{1}{2}$をみたすのは

$\frac{8}{17}\left(-\frac{8}{9}\right)^n > \frac{1}{2}-\frac{9}{17}$ より　$\left(-\frac{8}{9}\right)^n > -\frac{1}{16}$ …②

ここで、$n=2m+1$（mは負でない整数）とおくと

②は　$-\frac{8}{9}\left(-\frac{8}{9}\right)^{2m} > -\frac{1}{16}$ より

$\left(-\frac{8}{9}\right)^{2m} < \frac{9}{128}$　∴ $\left(\frac{9}{8}\right)^{2m} > \frac{128}{9}$

両辺に底が2の対数をとると、$128=2^7$より

$$2m(\log_2 9 - 3) > 7-\log_2 9$$

$\log_2 9 > 3$ だから　$2m > \frac{7-\log_2 9}{\log_2 9-3}$

$= \frac{4}{\log_2 9 - 3}-1$

∴ $m > \frac{2}{\log_2 9-3}-\frac{1}{2}$ …③

$3.169<\log_2 9<3.17$を用いると

$\frac{2}{0.17}-\frac{1}{2} < \frac{2}{\log_2 9-3}-\frac{1}{2} < \frac{2}{0.169}-\frac{1}{2}$ より

すなわち　$11.26\cdots < \frac{2}{\log_2 9-3}-\frac{1}{2} < 11.33\cdots$ であるから

③をみたす最小の整数mは 12 なので

求める最小の奇数nは　25 …(答)

志望学部	学部
受験番号	

平成27年度 数学② 解答紙

理・医（保健学科放射線技術科学専攻、検査技術科学専攻）・薬・工（4枚のうちその4）

4 の解答欄

	点

(問1)

$$a_{n+1}-a_n=\int_0^{(n+1)\pi}e^{-x}|\sin x|dx-\int_0^{n\pi}e^{-x}|\sin x|dx$$

$$=\int_{n\pi}^{(n+1)\pi}e^{-x}|\sin x|dx$$

ここで $t=x-n\pi$ とおくと $dt=dx$

x	$n\pi \to (n+1)\pi$
t	$0 \to \pi$

となるから

$$a_{n+1}-a_n=\int_0^{\pi}e^{-(t+n\pi)}|\sin(t+n\pi)|dt$$

$$=e^{-n\pi}\int_0^{\pi}e^{-t}|\sin t|dt$$

$$=e^{-n\pi}\int_0^{\pi}e^{-t}\sin t\,dt \quad \left(\because\ 0\leqq t\leqq\pi \text{ で } \sin t\geqq 0\right)$$

$$=e^{-n\pi}a_1 \quad \cdots\cdots ①$$

ここで

$$\int e^{-t}\sin t\,dt=-e^{-t}\sin t+\int e^{-t}\cos t\,dt \quad \cdots ②$$

また

$$\int e^{-t}\cos t\,dt=-e^{-t}\cos t-\int e^{-t}\sin t\,dt \quad \cdots ③$$

② + ③ より

$$\int e^{-t}\sin t\,dt=-\frac{e^{-t}}{2}(\sin t+\cos t)+C \quad \cdots ④$$

（Cは積分定数）

したがって ① より

$$a_{n+1}-a_n=e^{-n\pi}\left[-\frac{e^{-t}}{2}(\sin t+\cos t)\right]_0^{\pi}$$

$$=e^{-n\pi}\left(\frac{e^{-\pi}}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{e^{-n\pi}(e^{-\pi}+1)}{2} \quad \cdots\cdots(答)$$

(問2) (問1)より

$$a_1=\frac{e^{-\pi}+1}{2}$$

$n\geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(a_{k+1}-a_k)$$

$$=\frac{e^{-\pi}+1}{2}+\frac{e^{-\pi}+1}{2}\sum_{k=1}^{n-1}e^{-k\pi}$$

$$=\frac{e^{-\pi}+1}{2}\left\{1+\frac{e^{-\pi}\left(1-e^{-(n-1)\pi}\right)}{1-e^{-\pi}}\right\}$$

$$=\frac{e^{-\pi}+1}{2}\cdot\frac{1-e^{-\pi}\cdot e^{-(n-1)\pi}}{1-e^{-\pi}}$$

$$=\frac{(1+e^{-\pi})(1-e^{-n\pi})}{2(1-e^{-\pi})}$$

これは $n=1$ のときも成り立つ

$$\therefore\ a_n=\frac{(1+e^{-\pi})(1-e^{-n\pi})}{2(1-e^{-\pi})} \quad (n=1,2,3,\cdots)\cdots(答)$$

(問3) $0<e^{-\pi}<1$ であるから

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\frac{1+e^{-\pi}}{2(1-e^{-\pi})}\times\lim_{n\to\infty}\left\{1-(e^{-\pi})^n\right\}$$

$$=\frac{1+e^{-\pi}}{2(1-e^{-\pi})} \quad \cdots\cdots(答)$$