

1 の解答欄 (問1) $\vec{AB} = (-2, 3, 0)$, $\vec{AC} = (-2, 0, 1)$ より
 $\vec{AB} = t_1 \vec{AC}$ を満たす実数 t_1 は存在しない。
 よって、3点 A, B, C は一直線上にない。(証明終)

$\vec{DE} = (5, 5, -\frac{7}{6})$, $\vec{DF} = (2, 4, -\frac{1}{3})$ より
 $\vec{DE} = t_2 \vec{DF}$ を満たす実数 t_2 は存在しない。
 よって、3点 D, E, F は一直線上にない。(証明終)

(問2) 平面 ABC 上の点を P, 平面 DEF 上の点を Q とすると

$\vec{AP} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$, $\vec{DQ} = m \vec{DE} + n \vec{DF}$ (α, β, m, n は実数) と表せる。

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC} = (2, 0, 0) + \alpha(-2, 3, 0) + \beta(-2, 0, 1)$$

$$\therefore \vec{OP} = (-2\alpha - 2\beta + 2, 3\alpha, \beta)$$

$$\vec{OQ} = \vec{OD} + m \vec{DE} + n \vec{DF} = (3, -1, \frac{5}{6}) + m(5, 5, -\frac{7}{6}) + n(2, 4, -\frac{1}{3})$$

$$\therefore \vec{OQ} = (5m + 2n + 3, 5m + 4n - 1, -\frac{7}{6}m - \frac{1}{3}n + \frac{5}{6})$$

$$P \text{ と } Q \text{ が一致するとき} \begin{cases} -2\alpha - 2\beta + 2 = 5m + 2n + 3 & \dots \text{①} \\ 3\alpha = 5m + 4n - 1 & \dots \text{②} \\ \beta = -\frac{7}{6}m - \frac{1}{3}n + \frac{5}{6} & \dots \text{③} \end{cases}$$

$$\text{②より } \alpha = \frac{1}{3}(5m + 4n - 1) \quad \dots \text{②}'$$

②', ③ を ① に代入

$$-2 \cdot \frac{1}{3}(5m + 4n - 1) - 2(-\frac{7}{6}m - \frac{1}{3}n + \frac{5}{6}) + 2 = 5m + 2n + 3$$

$$\therefore 3m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{3}(2n + 1) \quad \dots \text{④}$$

$$\text{④を②', ③に代入すると } \alpha = \frac{2}{9}(n - 4), \beta = \frac{1}{9}(4n + 11)$$

よって $\vec{OQ} = (\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}, \frac{11}{9}) + n(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9})$ となり、これが直線 L である。

ゆえに L 上の 1 つの点は $(\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}, \frac{11}{9})$,
 L と平行なベクトルは $(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9})$ } ... (答)
 である。

受験番号	
------	--

令和4年度
数学①

問題		
2		点

受験番号	
------	--

令和4年度

数学① 解答紙

教・医(保健学科看護学専攻)(4枚のうち、その2)

問題		
2		点

2 の解答欄

数学②の2と同じ



3 の解答欄 $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2} \dots (*)$

(問1) $a_1 < a_n < a_2 \dots \textcircled{1}$

(i) $m=3, 4$ のとき

$a_3 = \frac{a_2 + a_1}{2}$ より数直線上で

a_3 は a_1 と a_2 の中点である。

すなわち $a_1 < a_3 < a_2$

$a_4 = \frac{a_3 + a_2}{2}$ より数直線上で

a_4 は a_3 と a_2 の中点である。

すなわち $a_3 < a_4 < a_2 \dots \textcircled{2}$

よって $a_1 < a_4 < a_2$

$\textcircled{1}$ は成り立つ

(ii) $m=k, k+1$ で成り立つと仮定

すると $\begin{cases} a_1 < a_k < a_2 \\ a_1 < a_{k+1} < a_2 \end{cases} \dots \textcircled{3}$

$a_{k+2} - a_1 = \frac{a_{k+1} + a_k}{2} - a_1$
 $= \frac{a_{k+1} - a_1 + a_k - a_1}{2}$

$\textcircled{3}$ より $a_{k+2} - a_1 > 0$

$a_2 - a_{k+2} = a_2 - \frac{a_{k+1} + a_k}{2}$
 $= \frac{a_2 - a_{k+1} + a_2 - a_k}{2}$

$\textcircled{3}$ より $a_2 - a_{k+2} > 0$

したがって $a_1 < a_{k+2} < a_2$

$\textcircled{1}$ は $m=k+2$ で成り立つ

(i)(ii) より $m=3, 4, 5 \dots$ に対しても

$\textcircled{1}$ は成り立つ

(問2) $b_n < b_{n+1} < c_{n+1} < c_n \dots \textcircled{4}$

よって $a_{2n-1} < a_{2n+1} < a_{2n+2} < a_{2n} \dots \textcircled{5}$

(i) $m=1$ のとき

$a_1 < a_3 < a_2, a_1 < a_4 < a_2$ と

$\textcircled{2}$ より $a_1 < a_3 < a_4 < a_2$

よって成り立つ

(ii) $m=k$ のとき $\textcircled{5}$ が成り立つと仮定すると

$a_{2k-1} < a_{2k+1} < a_{2k+2} < a_{2k} \dots \textcircled{6}$

$a_{2k+3} - a_{2k+1} = \frac{a_{2k+2} + a_{2k+1}}{2} - a_{2k+1}$
 $= \frac{a_{2k+2} - a_{2k+1}}{2} > 0$

$a_{2k+2} - a_{2k+3} = a_{2k+2} - \frac{a_{2k+2} + a_{2k+1}}{2}$
 $= \frac{a_{2k+2} - a_{2k+1}}{2} > 0$

したがって $a_{2k+1} < a_{2k+3} < a_{2k+2}$

$(*)$ より $a_{2k+4} = \frac{a_{2k+3} + a_{2k+2}}{2}$

であるから $a_{2k+3} < a_{2k+4} < a_{2k+2}$

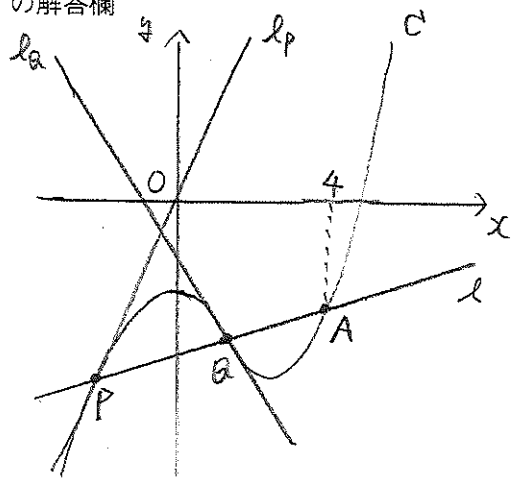
つまり $a_{2k+1} < a_{2k+3} < a_{2k+4} < a_{2k+2}$

$\textcircled{5}$ は $m=k+1$ のとき成り立つ

(i)(ii) より $n=1, 2, 3, \dots$ に対して

$\textcircled{5}$ が成り立つので $\textcircled{4}$ は成り立つ

4 の解答欄



(問1) 直線 l の方程式は

$$y = k(x-4) - 4 = kx - 4k - 4$$

となる。Cの方程式と連立して

$$x^2 - 4x - 4 = kx - 4k - 4$$

$$(x-4)(x^2 - k) = 0$$

$x \neq 4$ となる異なる2解をもつので

$$k > 0, k \neq 16$$

よて, 求める範囲は

$$0 < k < 16, 16 < k \dots (\text{答})$$

(問2) (問1)の条件のもとで, 点P, Qのx座標は

それぞれ $x = -\sqrt{k}, \sqrt{k}$ となる。

よて, Cにおいて $y' = 2x - 4$ より,

l_P, l_Q の方程式はそれぞれ

$$l_P: y = (3k + 8\sqrt{k})x + 2k\sqrt{k} + 4k - 4 \dots \textcircled{1}$$

$$l_Q: y = (3k - 8\sqrt{k})x - 2k\sqrt{k} + 4k - 4 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ を連立して

$$16\sqrt{k}x = -4k\sqrt{k} \quad \therefore x = -\frac{k}{4}$$

これを $\textcircled{1}$ に代入して

$$y = (3k + 8\sqrt{k})\left(-\frac{k}{4}\right) + 2k\sqrt{k} + 4k - 4$$

$$= -\frac{3}{4}k^2 + 4k - 4$$

$k = -4x$ であるから

$$y = -\frac{3}{4}(-4x)^2 + 4(-4x) - 4 = -12x^2 - 16x - 4$$

よて, $0 < k < 16, 16 < k$ であるから

$$-4 < x < 0, x < -4$$

よて, 求める曲線の方程式は

$$y = -12x^2 - 16x - 4 \quad (x < -4, -4 < x < 0) \dots (\text{答})$$

(問3) (問2)の曲線とx軸との共有点の座標は

$$-12x^2 - 16x - 4 = 0$$

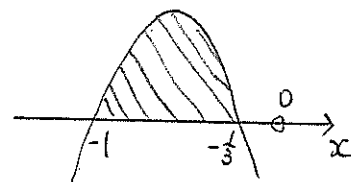
$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$(3x+1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1, -\frac{1}{3}$$

($x < -4, -4 < x < 0$ を満す)

求める面積は図の斜線部分で



$$\int_{-1}^{-\frac{1}{3}} (-12x^2 - 16x - 4) dx$$

$$= -12 \int_{-1}^{-\frac{1}{3}} (x+1)(x+\frac{1}{3}) dx$$

$$= -12 \left(-\frac{1}{6}\right) \left\{-\frac{1}{3} - (-1)\right\}^3$$

$$= 2 \cdot \frac{8}{27} = \frac{16}{27} \dots (\text{答})$$