

受験番号	
------	--

令和4年度  
数学②

問題		
1		点

受験番号	
------	--

令和4年度

# 数学② 解答紙

理・医(保健学科放射線技術科学専攻,  
検査技術科学専攻)・薬・工(4枚のうち, その1)

問題		
1		点

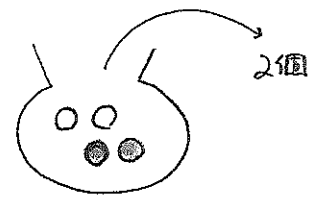
1 の解答欄

数学③の①と同じ

令和4年度 **数学② 解答紙**

理・医(保健学科放射線技術科学専攻,  
検査技術科学専攻)・薬・工(4枚のうち, その2)

2 の解答欄



(問1) 同じ色と取り出す確率は  $\frac{{}^2C_2 \times 2}{4C_2} = \frac{1}{3}$ , 違う色と取り出す確率は  $\frac{2}{3}$  なので.

Bが1巡目で勝者になる確率は  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$   $\frac{2}{9}$  --- (答)

(問2) 1巡目で勝利が決まらない確率は  $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$  となる

$$P_N = \frac{2}{9} + \frac{2}{9}(\frac{4}{9}) + \frac{2}{9}(\frac{4}{9})^2 + \dots + \frac{2}{9}(\frac{4}{9})^{N-1} = \frac{2}{9} \times \frac{1 - (\frac{4}{9})^N}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{2}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\}$$

よって  $P_N > 0.396$  とするのは  $0.396 = 0.4 - 0.004 = \frac{2}{5}(1 - \frac{1}{100})$  となる

$$\frac{2}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\} > \frac{2}{5} (1 - \frac{1}{100}) \quad \text{より} \quad (\frac{4}{9})^N < \frac{1}{100} \quad \Rightarrow \quad (\frac{2}{3})^{2N} < 10^{-2}$$

両辺底が2の対数をとると  $2N(1 - \log_2 3) < -2(1 + \log_2 5)$

$\log_2 3 = 1.585, \log_2 5 = 2.322$  を用いると.  $0.585N > 3.322$  より

$N > \frac{3322}{585} = 5.6786\dots$  したがって求める最小の自然数Nは

6 --- (答)

(問3) (問2)より

$$P_N = \frac{2}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\}$$

ここでN巡目以内にAが勝者になる確率を  $Q_N$  とすると

$$Q_N = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}(\frac{4}{9}) + \frac{1}{3}(\frac{4}{9})^2 + \dots + \frac{1}{3}(\frac{4}{9})^{N-1} = \frac{3}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\}$$
 とするので

$$Q_N - P_N = \frac{3}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\} - \frac{2}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\} = \frac{1}{5} \{1 - (\frac{4}{9})^N\}$$

$0 < (\frac{4}{9})^N < 1$  であるから. 常に  $Q_N > P_N$  である.

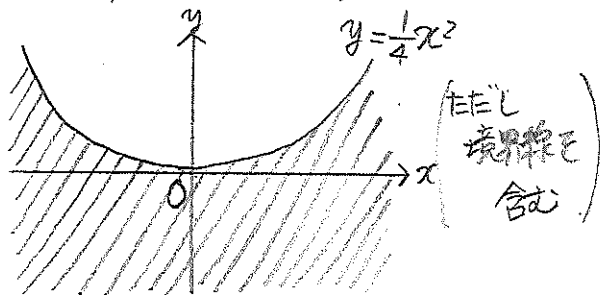
したがってN巡目以内に勝者になる確率は Aの方が大きい --- (答)

**3** の解答欄

$$f(p) = p^2 + xp + y$$

 (問1)  $f(p) = 0$  が実数解をもつ条件は

$$x^2 - 4y \geq 0 \quad \therefore y \leq \frac{1}{4}x^2$$

 これをみたす点  $(x, y)$  全体の集合  $D$  は以下のとおり

 (問2) 以下  $y \leq \frac{1}{4}x^2$  とする。

 $f(p) = 0$  の実数解がすべて1以下で、少なくとも1つの実数解が0以上となるのは、次の[1]または[2]である。

 [1]  $0 \leq p \leq 1$  の範囲に2つの解をもつ (重解含む)

 [2]  $p \leq 0$  の範囲に1つ、 $0 \leq p \leq 1$  の範囲に1つの解をもつ

[1] のとき

$$y = f(p) \text{ の軸は } p = -\frac{x}{2}$$

求める条件は

$$0 \leq -\frac{x}{2} \leq 1 \quad \text{かつ} \quad f(0) \geq 0 \quad \text{かつ} \quad f(1) \geq 0$$

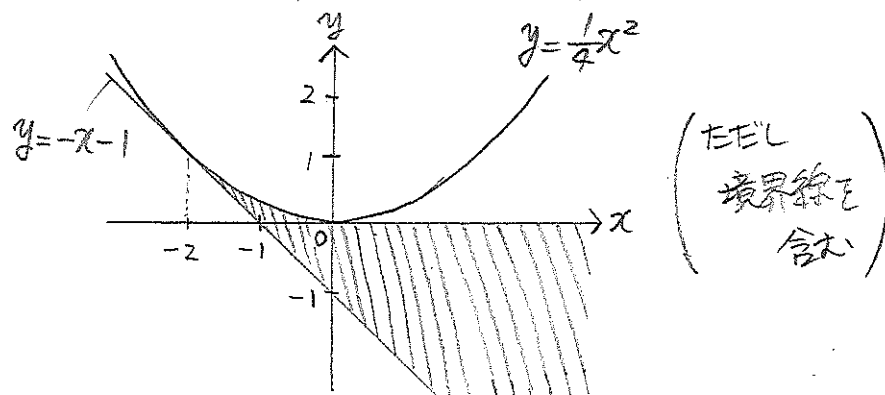
$$-2 \leq x \leq 0 \quad \text{かつ} \quad y \geq 0 \quad \text{かつ} \quad 1 + x + y \geq 0$$

[2] のとき

求める条件は

$$f(0) \leq 0 \quad \text{かつ} \quad f(1) \geq 0$$

$$y \leq 0 \quad \text{かつ} \quad 1 + x + y \geq 0$$

 [1] または [2] をみたす点  $(x, y)$  全体の集合  $E$  は以下のとおり。

 (問3)  $x^2 + y^2 - 4y + 4 = x^2 + (y - 2)^2 = k$  とおく

 これは、点  $(x, y)$  と点  $(0, 2)$  との距離の2乗を表す。よって領域  $E$  にある点  $(x, y)$  のうち、 $(0, 2)$  からの距離が最小となるものをさがす。

 (i)  $-2 \leq x \leq 0$  における  $y = \frac{1}{4}x^2$  上の点  $E(t, \frac{t^2}{4})$  とすると

$$k = (t - 0)^2 + (\frac{t^2}{4} - 2)^2 = \frac{1}{16}t^4 + 4 \geq 4 \quad (-2 \leq t \leq 0)$$

 (ii)  $x > 0$  における  $x$  軸上の点  $E(t, 0)$  とすると

$$k = (t - 0)^2 + (0 - 2)^2 = t^2 + 4 > 4 \quad (t > 0)$$

 (i)(ii) より  $t = 0$  すなわち  $(x, y) = (0, 0)$  で

 $x^2 + y^2 - 4y + 4$  の最小値は 4 ……(答)

受験番号	
------	--

令和4年度  
数学②

問題		点
4		

受験番号	
------	--

令和4年度

## 数学② 解答紙

理・医(保健学科放射線技術科学専攻,  
検査技術科学専攻)・薬・工(4枚のうち, その4)

問題		点
4		

4 の解答欄

(問1)  $0 \leq x \leq 1$  より  $0 \leq \frac{\pi x}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

よって  $0 \leq \sin \frac{\pi x}{2} \leq 1$

$$0 \leq \sin^2 \frac{\pi x}{2} \leq 1$$

$$1 \leq 1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2} \leq 2$$

$$1 \leq \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2}} \leq \sqrt{2}$$

したがって

$f(x)$  の 最小値 は 1 ……(答)

最大値 は  $\sqrt{2}$  ……(答)

(問2) (問1)より,  $0 \leq x \leq 1$  において

$f(x) \leq \sqrt{2}$  であることは明らか。

したがって,  $0 \leq x \leq 1$  において

$\sqrt{2}x \leq f(x)$  が成り立つことを示す。

(以下 数学③の②参照)