受験番号	

令和５年度
数 学 ①

問題		
1		点

受験番号	

令和５年度 数 学 ① 解 答 紙

教・医(保健学科看護学専攻)（４枚のうち，その１）

問題		
1		点

$\boxed{1}$ の解答欄

$a_1 = \frac{2}{3}$, $2(a_n - a_{n+1}) = (n+2)a_n a_{n+1}$ —①

(問1) ①で $n=1$ として $a_2 = \frac{1}{3}$ —② …(答)

②と①で $n=2$ として $a_3 = \frac{1}{5}$ …(答)

(問2) 背理法で示す。

①より $n \geqq 2$ において

$2(a_{n-1} - a_n) = (n+1)a_{n-1}a_n$

ここで，$a_n = 0$ を仮定すると

$2(a_{n-1} - 0) = (n+1)a_{n-1} \times 0$

より $a_{n-1} = 0$

よって，$a_n = a_{n-1} = \cdots = a_1 = 0$

これは，$a_1 = \frac{2}{3}$ に矛盾。

以上より $a_n \neq 0$ が示せた。

(証明終わり)

(問3) ①の両辺を $a_n a_{n+1} (\neq 0)$ でわると

$$\frac{2}{a_{n+1}} - \frac{2}{a_n} = (n+2)$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{n+2}{2}$$ —③ …(答)

(問4) ③より数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ の階差数列の一般項が $\frac{n+2}{2}$ であるから

$n \geqq 2$ のとき

$$\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_1} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k+2}{2}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left\{\frac{(n-1)n}{2} + 2(n-1)\right\}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{4}$$

これは $n=1$ のときも含む

以上より $a_n = \frac{4}{(n+1)(n+2)}$ …(答)

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

[redacted]

受験番号	

令和５年度 **数 学 ① 解 答 紙**

教・医(保健学科看護学専攻)（４枚のうち，その２）

問 題		
2		点

2 の解答欄

(問1)

2回投げて出た目の数の積が12となるのは，

・2と6の目が1回ずつ出る

・3と4の目が1回ずつ出る

場合であるから

$$P_2 = 2!\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right) + 2!\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{4}{36} = \underline{\frac{1}{9}}$$ …(答)

3回投げて出た目の数の積が12となるのは，

・1と2と6の目が1回ずつ出る

・1と3と4の目が1回ずつ出る

・2の目が2回，3の目が1回出る

場合であるから

$$P_3 = 3!\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right) + 3!\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{3!}{2!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{15}{216} = \underline{\frac{5}{72}}$$ …(答)

(問2)

n回投げて出た目の数の積が12となるのは，

・2と6の目が1回ずつ，1の目が$(n-2)$回出る

・3と4の目が1回ずつ，1の目が$(n-2)$回出る

・2の目が2回，3の目が1回，1の目が$(n-3)$回出る

場合であるから

$$P_n = \frac{n!}{(n-2)!}\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2} + \frac{n!}{(n-2)!}\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}$$

$$+ \frac{n!}{2!(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}$$

$$= n(n-1)\left(\frac{1}{6}\right)^n + n(n-1)\left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{n(n-1)(n-2)}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

$$= \underline{\frac{n(n-1)(n+2)}{2\cdot 6^n}}$$ …(答)

(問3)

出た目の数の積がn回目にはじめて12となるのは

・$(n-1)$回までに2の目が1回，1の目が$(n-2)$回出て，n回目に6の目が出る

・$(n-1)$回までに6の目が1回，1の目が$(n-2)$回出て，n回目に2の目が出る

・$(n-1)$回までに3の目が1回，1の目が$(n-2)$回出て，n回目に4の目が出る

・$(n-1)$回までに4の目が1回，1の目が$(n-2)$回出て，n回目に3の目が出る

・$(n-1)$回までに2，3の目が1回ずつ，1の目が$(n-3)$回出て，n回目に2の目が出る

・$(n-1)$回までに2の目が2回，1の目が$(n-3)$回出て，n回目に3の目が出る

場合であるから，求める確率は

$$\frac{(n-1)!}{(n-2)!}\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}\cdot\frac{1}{6}\times 2 + \frac{(n-1)!}{(n-2)!}\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}\cdot\frac{1}{6}\times 2$$

$$+ \frac{(n-1)!}{(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{(n-1)!}{2!(n-3)!}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}\cdot\frac{1}{6}$$

$$= \underline{\frac{(n-1)(3n+2)}{2\cdot 6^n}}$$ …(答)

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号

令和５年度 数 学 ① 解 答 紙

教・医(保健学科看護学専攻)（４枚のうち，その３）

問題 3 点

3 の解答欄

(1) $\vec{u} = -\vec{e_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$　$\therefore$ A$(-1, 0)$

B(p, q) とおく。$\vec{v} = \begin{pmatrix} p+1 \\ q \end{pmatrix}$ で，

$\begin{cases} \vec{v}\cdot\vec{e_1} = 4 \\ |\vec{v}| = 2\sqrt{5} \\ \vec{v}\cdot\vec{e_2} < 0 \end{cases} \iff \begin{cases} p+1 = 4 & \cdots ① \\ (p+1)^2 + q^2 = 20 & \cdots ② \\ q < 0 & \cdots ③ \end{cases}$

①より $p = 3$

①を②に代入すると $q^2 = 4$

$q = -2$ $(\because ③)$

よって B$(3, -2)$

C(r, s) とおく。$\vec{w} = \begin{pmatrix} r-3 \\ s+2 \end{pmatrix}$ で

$\begin{cases} \vec{w}\cdot\vec{e_1} = 8 \\ |\vec{w}| = 8\sqrt{2} \\ \vec{w}\cdot\vec{e_2} > 0 \end{cases} \iff \begin{cases} r-3 = 8 & \cdots ④ \\ (r-3)^2 + (s+2)^2 = 8^2\cdot 2 & \cdots ⑤ \\ s+2 > 0 & \cdots ⑥ \end{cases}$

④より $r = 11$

④を⑤に代入すると $(s+2)^2 = 8^2$

$s+2 = 8$ $(\because ⑥)$

$s = 6$

よって C$(11, 6)$

以上から $\underline{\text{A}(-1, 0),\ \text{B}(3, -2),\ \text{C}(11, 6)}$ ……（答）

(2) 求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく。

3点 A, B, C を通ることから

$\begin{cases} (-1)^2 + 0^2 + l\cdot(-1) + m\cdot 0 + n = 0 \\ 3^2 + (-2)^2 + l\cdot 3 + m\cdot(-2) + n = 0 \\ 11^2 + 6^2 + l\cdot 11 + m\cdot 6 + n = 0 \end{cases}$ 整理して $\begin{cases} l - n = 1 \\ 3l - 2m + n = -13 \\ 11l + 6m + n = -157 \end{cases}$

これを解くと $l = -8,\ m = -10,\ n = -9$　$\therefore x^2+y^2-8x-10y-9 = 0$

$\underline{(x-4)^2 + (y-5)^2 = 50}$ ……（答）

(3) (2)より P$(4, 5)$

$\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$

$\triangle ABP = \frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PA}|^2|\overrightarrow{PB}|^2 - (\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB})^2} = \frac{1}{2}\sqrt{50\cdot 50 - 40^2} = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot\sqrt{5^2-4^2} = \underline{15}$ ……（答）

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号	

令和５年度　数学①解答紙

教・医（保健学科看護学専攻）（４枚のうち，その４）

問題	
4	点

4 の解答欄

（問1）$f(x) - g(x) = h(x)$ とおくと．

$$h(x) = \frac{2}{3}x^3 - 8x - \frac{5}{3} - k$$

$$h'(x) = 2x^2 - 8 = 2(x+2)(x-2)$$

$h'(x) = 0$ とすると、$x = \pm 2$ なので増減表は以下のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって．

$x = -2$ で極大値 $9 - k$

$x = 2$ で極小値 $-\frac{37}{3} - k$ （答）

（問2）C_1 と C_2 がちょうど２個の共有点をもつとき方程式 $h(x) = 0$ はちょうど２個の実数解をもつ．

このとき．極大値，極小値のいずれかは 0 になるので

$9 - k = 0$ または $-\frac{37}{3} - k = 0$

$k > 0$ より． $k = 9$ …（答）

（問3）$k = 9$ より． $g(x) = x^2 + 4x + 13$

C_1 と C_2 の共有点の x 座標は方程式 $h(x) = 0$ の解．

$$\frac{2}{3}x^3 - 8x - \frac{32}{3} = 0$$

$$x^3 - 12x - 16 = 0$$

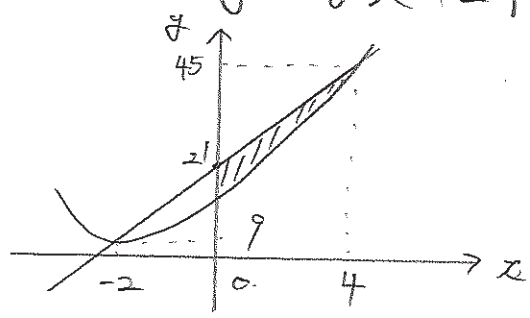
$$(x+2)^2(x-4) = 0$$

$$x = -2,\ 4$$

共有点の座標は $(-2, 9), (4, 45)$

ℓ の方程式は $y - 9 = \frac{36}{6}(x+2)$

$$y = 6x + 21$$



求める面積は上図の斜線部なので

$$= \int_0^4 \{(6x+21) - (x^2+4x+13)\}\,dx$$

$$= \int_0^4 (-x^2 + 2x + 8)\,dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 + 8x\right]_0^4 = \frac{80}{3}$$ …（答）

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。