

解答紙には答えだけでなく, 設問に応じて, 式・計算・図や文章による説明も書き入れよ。

1 (問1) 万有引力の法則より

$$F_G = G \frac{m_s M}{R_0^2} \dots \textcircled{1}$$

答: $G \frac{m_s M}{R_0^2} \text{ [N]}$

(問2) 角速度を ω とおくと $\omega = \frac{2\pi}{T}$ が成り立つ。

よって

$$a_c = R_0 \omega^2 = \frac{4\pi^2 R_0}{T^2} \dots \textcircled{2}$$

答: $\frac{4\pi^2 R_0}{T^2} \text{ [m/s}^2\text{]}$

(問3) ①, ②の結果を用いると, 人工衛星の運動方程式は

$$m_s \frac{4\pi^2 R_0}{T^2} = G \frac{m_s M}{R_0^2}$$

これを R_0 について解くと, $R_0 = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \dots \textcircled{3}$

答: $\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \text{ [m]}$

(問4) 人工衛星の運動方程式

$$m_s (r+L) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = F_T + G \frac{m_s M}{(r+L)^2}$$

$$F_T = m_s (r+L) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 - G \frac{m_s M}{(r+L)^2}$$

答: $m_s (r+L) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 - G \frac{m_s M}{(r+L)^2} \text{ [N]}$

(問5) コンテナが地表にあるときと, 人工衛星 (ただし, F_T は張力の大きさとして求めた) があるときの力学的エネルギーをそれぞれ E_1, E_2 とおくと,

$$E_1 = \frac{1}{2} m_c \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 - G \frac{m_c M}{r}, \quad E_2 = \frac{1}{2} m_c \left\{\frac{2\pi (r+L)}{T}\right\}^2 - G \frac{m_c M}{r+L}, \quad \text{よって求める仕事は,}$$

$$W = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} m_c \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (2r+L)L + G \frac{m_c M L}{r(r+L)} \quad \text{答: } \frac{1}{2} m_c \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (2r+L)L + G \frac{m_c M L}{r(r+L)} \text{ [J]}$$

(問6) 求める条件は $E_2 \geq 0$ であるから,

$$\frac{1}{2} m_c \left\{\frac{2\pi (r+L)}{T}\right\}^2 - G \frac{m_c M}{r+L} \geq 0$$

変形すると,

$$(r+L)^3 \geq \frac{GMT^2}{2\pi^2} = 2R_0^3 \quad (\because \textcircled{3})$$

$$r+L \geq \sqrt[3]{2} R_0$$

$$L \geq \sqrt[3]{2} R_0 - r$$

答: $L \geq \sqrt[3]{2} R_0 - r$

令和6年度 物理解答紙

(3枚のうち, その2)

解答紙には答えだけでなく, 設問に応じて, 式・計算・図や文章による説明も書き入れよ。

2

(問1) $V_R(t) = I_0 R \sin \omega t$
 $V_L(t) = \omega L I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega L I_0 \cos \omega t$
 $V_C(t) = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t$

答: $V_R(t) = I_0 R \sin \omega t [V]$
 $V_L(t) = \omega L I_0 \cos \omega t [V]$
 $V_C(t) = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t [V]$

(問2) $P_R(t) = R I_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{R I_0^2}{2} (1 - \cos 2\omega t)$
 $P_L(t) = I_0 \sin \omega t \cdot \omega L I_0 \cos \omega t = \frac{1}{2} \omega L I_0^2 \sin 2\omega t$
 $P_C(t) = I_0 \sin \omega t \cdot (-\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t) = -\frac{I_0^2}{2\omega C} \sin 2\omega t$

	外部抵抗	コイル	コンデンサー
消費電力の変化			
平均消費電力	$\frac{R I_0^2}{2} [W]$	0 [W]	0 [W]

(問3) $V(t) = (R+r) I_0 \sin \omega t + (\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_0 \cos \omega t$
 $= \sqrt{(R+r)^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} I_0 \sin(\omega t + \phi)$

となるので $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ ①

(問4) Zが最小となるとき電流は最大で, ①式よりそれは

$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$, すなわち $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ のとき。

このとき $Z = R+r$ であるから, $I_{max} = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{R+r}$

(問5) $\overline{P_R} = \frac{R I_0^2}{2} = \frac{R V_0^2}{2 Z^2} = \frac{R V_0^2}{2 \{(R+r)^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2\}}$

ここで, $\overline{P_R}$ が最大となるのは $(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 = 0$, すなわち $C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$

で, このとき

$\overline{P_R} = \frac{R V_0^2}{2(R+r)^2} = \frac{V_0^2}{2} \cdot \frac{1}{\{(\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}})^2 + 4r\}}$

より $\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}} = 0$, すなわち $R = r$ のとき, $\overline{P_R}$ は最大となる

答: $\sqrt{(R+r)^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} [\Omega]$

答: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} [\text{rad/s}]$
 $I_{max} = \frac{V_0}{R+r} [A]$

答: $C = \frac{1}{\omega_0^2 L} [F]$
 $R = r [\Omega]$

令和6年度 物理解答紙

(3枚のうち、その3)

解答紙には答えだけでなく、設問に応じて、式・計算・図や文章による説明も書き入れよ。

3

(問1) $OP = x$ とおく。同位相より点Pで明線となる干渉条件の式は、

$$|SAP - SBP| = m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

SA と SB の中点を M とし、 $\angle PMO = \theta$ とおくと、図より

$$|SAP - SBP| = d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{x}{L} \quad \text{--- ①}$$

$$x = x_1 \text{ のとき } |SAP - SBP| = \lambda$$

$$x_1 = \frac{L\lambda}{d}$$

答: $x_1 = \frac{L\lambda}{d}$

(問2)

求める位置は①において

$$|SAP - SBP| = \frac{1}{2}\lambda \text{ のときであるから } \frac{L\lambda}{2d}$$

答: $\frac{L\lambda}{2d}$

(問3) S_C から x_1 の位置に届く光は、 SA 、 SB のいずれとて光路差が $\frac{1}{2}\lambda$ となり、弱めあう

答: 暗くなる

(問4)

$b = \lambda$ のとき T ので3つの光は同位相となり、 O と同程度強めあう

$$|SAP - SBP| = 2\lambda \text{ となるので}$$

$$2\lambda = \frac{d x_2}{L}$$

$$x_2 = \frac{2L\lambda}{d}$$

答: $x_2 = \frac{2L\lambda}{d}$

(問5)

$$|SBP - SC P| = |SC P - SA P| = b \text{ より}$$

$$E_A = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x-b}{\lambda} \right) = A \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{2\pi b}{\lambda} \right\}$$

$$E_B = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+b}{\lambda} \right) = A \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - \frac{2\pi b}{\lambda} \right\}$$

$$E = E_A + E_B + E_C$$

$$= 2A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \cos 2\pi \frac{b}{\lambda} + A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$= 2A \sin \phi \cos 2\pi \frac{b}{\lambda} + A \sin \phi$$

$$= A \left(2 \cos 2\pi \frac{b}{\lambda} + 1 \right) \sin \phi$$

答: $2 \cos \frac{2\pi b}{\lambda} + 1$

(問6)

問5より任意の時刻 t において $E = 0$ となるので、 $2 \cos 2\pi \frac{b}{\lambda} + 1 = 0$ とおくと、

$$2\pi \frac{b}{\lambda} = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \text{ より } b = \frac{\lambda}{3}, \frac{2}{3}\lambda$$

$|SC P - SA P| = b$ より、暗線となる位置を x' とおくと

$$\frac{d}{L} x' = \frac{\lambda}{3}, \frac{2}{3}\lambda, \quad x' = \frac{2L\lambda}{3d}, \frac{4L\lambda}{3d}$$

答: $\frac{2L\lambda}{3d}, \frac{4L\lambda}{3d}$

(問7)

x_1, x_2 での強度をそれぞれ I_1, I_2 とおく

$$x_1 \text{ において } b = \frac{\lambda}{2}, \quad x_2 \text{ において } b = \lambda$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A^2 \left(2 \cos 2\pi \frac{\lambda}{2} + 1 \right)^2}{A^2 \left(2 \cos 2\pi \frac{\lambda}{2} + 1 \right)^2} = \frac{9}{1} = 9$$

答: 9倍
