

受験番号	
------	--

令和8年度
数学③

問題		
1		点

受験番号	
------	--

令和8年度

数学③ 解答紙

医(医学科)

(4枚のうち, その1)

問題		
1		点

1 の解答欄

数学②の□と同じ

受験番号	
------	--

令和8年度
数学③

問題		
2		点

受験番号	
------	--

令和8年度

数学③ 解答紙

医(医学科)

(4枚のうち, その2)

問題		
2		点

2 の解答欄

数学②の④と同じ

受験番号	
------	--

令和8年度
数学③

問題		
3		点

受験番号	
------	--

令和8年度

数学③ 解答紙

医(医学科)

(4枚のうち, その3)

問題		
3		点

3 の解答欄

(問1) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = 3$

$|\vec{AB}|^2 = |\vec{b} - \vec{a}|^2$ より

$x^2 = |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2$

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - \frac{x^2}{2}$

また $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{3}{2}$

$\therefore \vec{OD} = s\vec{a} + t\vec{b}$ (s, t は実数)

とおく。 $\vec{CD} = s\vec{a} + t\vec{b} - \vec{c}$

$\vec{OA} \cdot \vec{CD} = \vec{OB} \cdot \vec{CD} = 0$ であるから

$$\begin{cases} s|\vec{a}|^2 + t\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \\ s\vec{a} \cdot \vec{b} + t|\vec{b}|^2 - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s + t(1 - \frac{x^2}{2}) - \frac{3}{2} = 0 \\ s(1 - \frac{x^2}{2}) + t - \frac{3}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s + t(1 - \frac{x^2}{2}) - \frac{3}{2} = 0 \\ s(1 - \frac{x^2}{2}) + t - \frac{3}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s + t(1 - \frac{x^2}{2}) - \frac{3}{2} = 0 \\ s(1 - \frac{x^2}{2}) + t - \frac{3}{2} = 0 \end{cases}$$

$\therefore s = t = \frac{3}{4-x^2}$ ($\because 0 < x^2 < 3$)

$\therefore \vec{OD} = \frac{3}{4-x^2}(\vec{a} + \vec{b})$ ----- (答)

(問2) $\Delta OAB = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{4} x \sqrt{4-x^2}$

また $|\vec{OD}|^2 = (\frac{3}{4-x^2})^2 (|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2)$

$= (\frac{3}{4-x^2})^2 (1 + 2 - x^2 + 1)$

$= \frac{9}{4-x^2}$

$\therefore |\vec{CD}| = \sqrt{9 - |\vec{OD}|^2} = 3 \frac{\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{4-x^2}}$

よって、四面体OABCの体積Vは

$V = \frac{1}{3} \cdot \Delta OAB \cdot CD$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} x \sqrt{4-x^2} \cdot 3 \frac{\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{4-x^2}}$

$= \frac{1}{4} x \sqrt{3-x^2}$ ----- (答)

(問3) $\angle AOB = \theta$ とおくと

$\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}, \sin \frac{\theta}{2} = \frac{x}{2}$

$\therefore \sin \theta = 2 \cdot \sqrt{\frac{4-x^2}{4}} \cdot \frac{x}{2} = \frac{1}{2} x \sqrt{4-x^2}$

正弦定理より

$2 \cdot OP = \frac{x}{\sin \theta} \therefore OP = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

ΔOAB は二等辺三角形であるから

3点O, D, Pは一直線上にある

$OD > OP$ であるから

$DP = OD - OP = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$

$\frac{2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{5}{3}$

$36 = 25(4-x^2)$

$x^2 = \frac{64}{25}$

$x > 0$ より $x = \frac{8}{5}$ ----- (答)

4 の解答欄

(1) $f(x) = \frac{\log x}{x}$ とおく

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \log x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

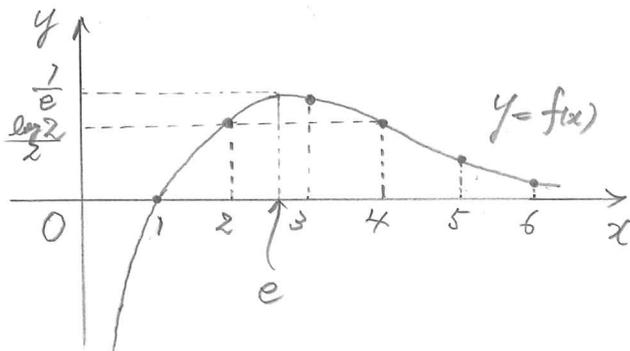
x	0	e	
$f(x)$	+	0	-
$f(x)$	\nearrow	$\frac{1}{e}$	\searrow

増減表より $x=e$ のとき 極大値 $\frac{1}{e}$ (答)

(2) $a^{nb} > b^{na} > n^{ab}$

$$\Leftrightarrow \log a^{nb} > \log b^{na} > \log n^{ab}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log a}{a} > \frac{\log b}{b} > \frac{\log n}{n}$$



$f(1) = 0, f(2) = f(4) = \frac{\log 2}{2}$

および $x > 1$ のとき $f(x) > 0$ であることを
注意すると,

$n=3, 4$ のとき 条件を満たす (a, b) は
存在しない。

$n=5$ のとき $(a, b) = (3, 4)$

$n \geq 6$ のとき

(i) $a=2$ のとき $b=5, 6, 7, \dots, n-1$ の
 $n-5$ 通り

(ii) $a \geq 3$ のとき $3, 4, 5, \dots, n-1$ から2つ
選ぶ組合せの総数に等しいから
 $n-3C_2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$ 通り

(i), (ii) より

$$n-5 + \frac{(n-3)(n-4)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{5}{2}n + 1 \text{ 通り}$$

よって

($n=5$ のときも当てはまる)

$n=3, 4$ のとき $\mathcal{A}_n = 0$

$n \geq 5$ のとき $\mathcal{A}_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{5}{2}n + 1$ (答)

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=5}^n k^2 (nk + \frac{5}{2}k - 1)$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=5}^n k^2 \left\{ \left(\frac{1}{2}k^2 - \frac{5}{2}k + 1 \right) + \frac{5}{2}k - 1 \right\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=5}^n \frac{1}{2} k^4$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^4 - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^4 \left(\frac{k}{n} \right)^4 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 x^4 dx - 0$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \frac{1}{10} \text{ (答)}$$